



## SİGORTA ŞİRKETLERİ İÇİN BLACK-LİTTERMAN MODELİ ÇERÇEVESİNDE OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİ

### OPTIMAL PORTFOLIO SELECTION FOR INSURANCE COMPANIES IN THE BLACK-LİTTERMAN MODEL FRAMEWORK

Hasan Alp ÖZEL\*  
Selin ÖZEN\*\*

#### Öz

İlk olarak Fisher Black ve Robert Litterman tarafından 1990 yılında geliştirilen Black-Litterman modeli, yatırımcı beklentilerini optimal portföy seçim sürecine dahil edilmesini olanak sağlayan bir modeldir. Black-Litterman modeli ile yatırımcıların bir veya birden fazla varlığın getirileri hakkındaki beklentileri ile piyasa getirileri birleştirilerek, yeni nihai getiri beklentileri hesaplanmaktadır.

Bu çalışmada BIST100'de işlem gören beş sigorta şirketinin getirileri kullanılmış ve bu veri setine Black-Litterman modeli uygulanmıştır. Araştırmada öncelikle Sermaye Varlık Fiyatlandırma Modeli (SVFM)'ne göre piyasa getirileri ve getirilere bağlı olarak varlıkların ağırlıkları hesaplanmıştır. Buradan elde edilen sonuçlar kullanılarak ters optimizasyon yöntemi ile denge getirileri hesaplanmıştır. Elde edilen denge getirilerine bağlı olarak yatırımcı beklentileri belirlenmiş ve bu beklentilerin belirsizlikleri hesaplanmıştır. Black-Litterman modeli kullanılarak elde edilen nihai getiriler elde edilmiş ve portföy ağırlıkları revize edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, yatırımcı beklentileri ile aynı yönde gerçekleşmiş ve tahmin edilen varlıkların portföydeki ağırlıklarında artış meydana gelmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Sermaye Varlık Fiyatlandırma Modeli, Optimal Portföy Seçimi, Black-Litterman Modeli.

#### Abstract

The Black-Litterman model, developed by Fisher Black and Robert Litterman in 1990, is a model that the investor's view can be brought in the formulation of optimal portfolio selection process. The Black-Litterman model combines the expectations of an investor regarding the expected returns of the one or more assets with the market returns to compute the new ultimate returns.

In this study, we use five insurance companies' asset returns and the Black-Litterman model is applied to this dataset. First, the market returns are obtained by using the Capital Asset Pricing Model and the weights of this assets are computed regarding to the market returns. By using these results, the equilibrium returns are calculated by reverse optimization method. Investor expectations are determined based on the equilibrium returns and the uncertainties of these expectations are calculated. Then the ultimate returns are obtained by applying the Black-Litterman model and the portfolio weights are revised. The results are obtained in the same direction with the expectations of the investors and the estimated weight of the assets in the portfolio increased.

**Keywords:** Capital Asset Pricing Model, Optimal Portfolio Selection, Black-Litterman Model.

#### GİRİŞ

Optimal varlık yönetimi finans sektöründe oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu konu ile ilgili birçok model geliştirilmiştir. Uygulamada Ortalama Varyans ve SVFM Modeli ön plana çıkmaktadır. Ancak Ortalama Varyans modeli uygulamada girdi hassasiyeti ve tahmin hatası ile aşırı yoğunlaştırılmış portföylerin oluşmasına neden olabilmektedir. Oluşturulan portföyde belirli varlıkların aşırı yer almasını engellemek amacı ile Fisher Black ve Robert Litterman tarafından 1990'da Black-Litterman modeli geliştirilmiştir. Yatırımcıların varlıklar hakkındaki beklentileri bu modelden önce optimal portföy seçim sürecine dahil edilememiştir. Black-Litterman modeli yatırımcı beklentilerini, SVFM, Bayesci istatistik (Walters, 2009, 1) ve Ortalama-Varyans modelini birleştirerek yatırımcılara optimal portföy ağırlıklarını belirleyebilmeleri amacı ile yeni bir yaklaşım sunmuştur (Süer, 2015, 2).

Black-Litterman Modeli kullanılarak yapılan ilk çalışma Fisher Black ve Robert Litterman tarafından 1990'da "Journal of Fixed Income" dergisinde yayınlanmıştır. Bu çalışmada, market dengesi ve yatırımcı beklentileri esnek bir şekilde birleştirilmiştir (Walters, 2009, 1).

\* Doç. Dr., Karabük Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Aktüerya ve Risk Yönetimi Bölümü.

\*\* Arş. Gör., Karabük Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Aktüerya ve Risk Yönetimi Bölümü (



Fisher Black ve Robert Litterman (1992) yaptıkları ikinci çalışmada modelin temel varsayımları ile yöntemin mantıksal temeli açıklanmıştır. Ancak modelin oluşturulmasını sağlayan tüm denklemler veya tüm türevler gösterilmemiştir. Buna ek olarak modelin uygulanması için kullanılabilecek bazı denklemlere yer verilmesine rağmen nihai varyans için herhangi bir denklem belirtilmemiştir (Black ve Litterman, 1992).

Baven ve Winkelmann (1998) çalışmalarında modeli nasıl kullandıklarını ayrıntılı bir şekilde açıklamışlardır. Çalışmalarında, Black-Litterman modelini kullanarak risk kontrollü portföyler geliştirmişler ve yatırımcıların beklentileri ile tutarlı yatırım tavsiyeleri oluşturmuşlardır.

Qian ve Gorman (2001) çalışmalarında yeni bir yöntem geliştirerek koşullu ortalama ve koşullu kovaryans tahminlerinin sağlanmasını yapmışlardır. Drobetz (2001), Black-Litterman modelinin temel adımlarını açıklamalı bir şekilde incelemiştir. Modelin, standart Ortalama-Varyans modeline göre daha esnek olduğunu ortaya koymuşlardır. Fusai ve Meucci (2003) modeli kullanarak elde ettikleri nihai getiri tahminleri ve birincil getiri tahminleri arasındaki farkı ölçmek için yeni bir istatistiksel model önermişlerdir. Krishnan ve Mains (2005) çalışmalarında modele durgunluk faktörü olarak adlandırdıkları ve piyasa ile korelasyonu bulunmayan bir faktör eklemiştir. Bu faktörün modele katkısını ve nihai getirileri nasıl etkilediğini detaylı bir örnek ile açıklamışlardır. Cheung (2009), Black-Litterman modelini temel alarak yeni yöntemler geliştirmiş ve faktör düzenleme yaklaşımını modele dahil etmiştir. Wang (2012) modeli geliştirerek enflasyona dayalı yeni bir Black-Litterman modeli sunmuştur. Geliştirdiği bu modele "Black-Litterman Enflasyon Modeli" adını vermiş ve bu yeni modelin eski modele göre daha üstün olduğunu savunmuştur (Süer, 2015, 4).

Bu çalışmada BIST100'de devamlılık gösteren beş sigorta şirketinin emeklilik fonlarından oluşmuş bir portföyde varlıkların dağılımını yatırımcı beklentileri doğrultusunda revize etmek ve bu varlıkların portföy içindeki optimal dağılımını bulmaktır. Black-Litterman modelinden önce yatırımcılar portföy ağırlıklarını elde edebilmek için beklenen getirilerden yola çıkmıştır. Ancak, bu durum zaman zaman yatırımcılara portföyleri için uygun olmayan ağırlıkların elde edilmesine sebep olabilmektedir. Black-Litterman modelinde en önemli nokta yatırımcı beklentilerinin modele dahil edilmesi olarak karşımıza çıkmaktadır. Böylece yatırımcılar piyasa ile ilgili beklenti ve düşüncelerine göre portföy ağırlıklarını geliştirebilme olanağına sahip olabilmişlerdir. Bu çalışmanın amacı yatırımcı beklentilerini de dahil ederek sigorta şirketleri için emeklilik fonlarından oluşan optimal bir portföy oluşturmak ve bu portföy içindeki bazı varlıkların aşırı yoğunlaşması probleminde çözüm üretmektir.

Bu çalışmada öncelikle Black-Litterman modeli açıklanmış ve modelin kullanımı adım adım belirtilmiştir. Çalışmanın 2. bölümünde Black-Litterman modeli kısaca açıklanmıştır. Ayrıca veri seti yardımı ile modelin kullanımı ve optimal portföy için fonların nihai ağırlıkları elde edilmiştir. Son bölümde ise çalışmaya dair sonuçlar açıklanmıştır.

## 1. BLACK-LITTERMAN MODELİ

Black-Litterman modeli, yatırımcı beklentilerini sürece dahil ederek optimal portföy ağırlıklarının bulunduğu sistematik bir yöntemdir. Ortalama-Varyans optimizasyon modelinde yatırımcı elindeki varlıkların beklenen getirilerine dayanarak optimal portföy ağırlıklarını elde etmektedir. Black-Litterman modelinde ise, yatırımcılar varlıklara dair görüşlerini sürece dahil edebilmektedir. Yatırımcı görüşleri varlıkların gelecekteki hareketlerine dair beklentilerinden oluşmaktadır. Model, yatırımcı beklentileri ile market dengesini birleştirerek nihai beklenen getirileri ve optimal portföy ağırlıklarını üretmektedir (He ve Litterman, 1999, 6).

Model iki temel varsayım üzerine kurulmuştur. Bunlardan birincisi, modeldeki tüm varlık getirilerinin aynı dağılıma sahip olduğudur. Uygulamadaki pratikliği sebebi ile genellikle varlık getirilerinin normal dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır. İkinci varsayım ise, varlıkların ve yatırımcı görüşlerinin gerçek ortalamalarının önsel dağılımının varyansının ve koşullu dağılımının bilinmediği varsayılmaktadır (Xu vd., 2008, 2).

Black-Litterman modelinin uygulanmasında ilk adım SVFM kullanılarak piyasa denge getirilerini hesaplanmasıdır. Önsel dağılım, bu denge getirilerinden türetilmektedir. SVFM kullanılarak elde edilen denge getirileri, modelin stratejik varlık dağılımı kararlarını oluşturmaktadır. İkinci adım ise denge getirilerine göre yatırımcının portföyündeki varlıklar hakkındaki subjektif beklentilerinin belirlenmesidir. Yatırımcıların denge getirileri hakkındaki beklentileri, modelin taktik varlık dağılımı kararlarını oluşturmaktadır. Modelin üçüncü ve son adımı ise, denge getirilerinin önsel dağılımının ve yatırımcı beklentilerinin birleştirilerek nihai getirilerin elde edilmesidir. Denge vektörü ve nihai getiriler vektörü



karşılaştırılarak portföy ağırlıkları revize edilmekte ve nihai portföy ağırlıkları oluşturulmaktadır. Böylece daha iyi çeşitlendirilmiş optimal portföyler elde edilerek, aşırı yoğunlaşmış portföylerin oluşumunun önlenmesi sağlanmaktadır (Idzorek, 2006, 11).

Black-Litterman, betalar ile beklenen getiriler arasındaki tutarlı ilişkiyi koruyarak ve bu beklentileri gösteren birleştirilmiş tahmini beklenen getiriler ile daha iyi çeşitlendirilmiş varlık dağılımlarını başarı ile gerçekleştirmektedir. Black-Litterman kullanılarak hesaplanan nihai getirilerin temel denklemi aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

$$E(R) = [(\tau\Sigma)^{-1} + (P'\Omega^{-1}P)]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q] \quad (1)$$

Burada;

$\tau$  : Denge varyansının belirsizlik ölçüsünü,

$\Sigma$  : Varyans-kovaryans matrisini ( $n \times n$  matrisi),

$P$  : Yatırımcıların beklenti matrisini ( $k \times n$  matrisi),

$\Omega^{-1}$ : Diyagonal beklentilerin güvenilirliği matrisi ( $k \times k$  matrisi) (her bir girdi beklentinin güvenilirliği olup, düşük değerli bir girdi yüksek güvenilirliği ifade eder),

$\Pi$  : Denge getiri vektörünü ( $1 \times n$  vektör),

$Q$  : Yatırımcının varlıkların tahmini beklenen getiriler hakkındaki her bir beklentinin temsil edildiği vektörü ( $k \times 1$  vektör),

$E(R)$  : Nihai beklenen getirileri ( $1 \times n$  vektör) ifade eder.

Nihai beklenen getiriler denkleminin birinci kısmı nihai varyans matrisinden ( $M$ ) oluşmaktadır. Modelin nihai varyans denklemi aşağıdaki verilmiştir (Idzorek, 2005).

$$M = [(\tau\Sigma)^{-1} + (P'\Omega^{-1}P)]^{-1} \quad (2)$$

### 1.1. Black-Litterman Modelinin Uygulanması

Bu çalışmada kullanılan veri seti BIST100'de devamlılık gösteren beş sigorta şirketinin emeklilik fonlarından 2016-2017 dönemindeki 254 işlem günlük getirileri ve piyasa ağırlıklarından oluşmaktadır. Optimal portföy seçimine yeni bir boyut kazandıran Black-Litterman modelinin uygulamasında ilk olarak portföyde yer alacak varlıklar belirlenmektedir. Daha önce belirtildiği gibi SVFM kullanılarak varlık getirileri  $E(r)$  ve ağırlıkları ( $w$ ) hesaplanmaktadır. Bu işlemden sonra varyans-kovaryans matrisi ( $\Sigma$ ) hesaplanabilmektedir.

Varlıkların her biri için denge getirilerinin ( $\Pi$ ) hesaplandığı ikinci adımda ters optimizasyon yöntemi kullanılmaktadır. Denge getirilerinin elde edilebilmesi için gerekli olan yatırımcının riskten kaçınma katsayısı ( $\delta$ ) hesaplanmaktadır. Bu işlemden sonra riskten kaçınma katsayısı, kovaryans matrisi ve portföy ağırlıkları kullanılarak nihai denge getirileri vektörü elde edilmektedir.

Diğer bir adım ise yatırımcı beklenti matrisinin ( $P$ ) oluşturulmasıdır. Yatırımcı beklenti matrisi mutlak ya da nispi beklentileri içerebilmektedir. Yatırımcı her bir varlık için beklenti değerini belirtebildiği gibi tek bir varlık için de belirtebilmektedir. Daha sonra yatırımcının beklentide bulunduğu varlık hakkında tahmini beklenen getiriyi ( $Q$ ) belirlemesi gerekmektedir. Son olarak, denge varyansının belirsizlik ölçüsü olan  $\tau$  parametresi hesaplanmaktadır. Böylece beklentilerin varyans matrisi ( $\Omega$ ) hesaplanmaktadır.

Black-Litterman modelinin nihai getiri vektörü ( $E(R)$ ) ise denge getirileri vektörü ve yatırımcının beklenen getiri vektörünün birleştirilmesiyle elde edilmektedir. Elde edilen nihai getiri vektörü ile yatırımcı yeni optimal portföyünü seçebilmektedir. Bu şekilde yatırımcı varlıkların tahmini getirileri hakkındaki beklentilerini optimal portföy seçim sürecine dahil edebilmektedir.

### 1.2. Denge Getirilerinin Elde Edilmesi

Bu bölümde denge getirilerinin elde edilmesi detaylı olarak incelenmiştir. Denge getirileri modelin stratejik varlık dağılımı kararlarını oluşturmaktadır. Denge getirilerinin elde edilmesinde "ters optimizasyon" yöntemi kullanılmaktadır. Klasik Ortalama-Varyans modelinin aksine ters optimizasyon yöntemi portföy ağırlıklarını girdi olarak kullanmakta ve denge getirilerini elde etmektedir. Ters optimizasyon kullanılmasının temel sebebi ise girdi olarak kullanılan ağırlık vektörünün elde edilmesinin kolaylığı ve denge getirilerini tahmin etmede kullanılacak etkin yöntemlerden birisi olmasıdır. Bu sebeple, ters optimizasyon yöntemi ile elde edilen denge getirileri Ortalama-Varyans modeline göre daha tutarlı olmaktadır (Idzorek, 2006, 3).



Ters optimizasyon işlemi için gerekli olan varyans-kovaryans matrisi, ağırlık vektörü ve riskten kaçınma katsayılarının birbiri ile çarpılması ile denge getiri vektörü elde edilmektedir. Ters optimizasyon işlemi ise aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\Pi = \delta \Sigma w \quad (3)$$

Eşitlik (3)'te yer alan riskten kaçınma katsayısı ise aşağıda gösterilen denklem ile hesaplanmaktadır.

$$\delta = \frac{E(r) - r_f}{\sigma_m^2} \quad (4)$$

Denge getiri vektörü Black-Litterman modelinin ilk adımı olan önsel getirileri içermektedir. Yatırımcı beklentilerinin belirlenebilmesi için önsel bilgiyi oluşturan bu getiriler, denge getiri vektörü ile aynıdır. Yatırımcıların her bir varlık için bir beklentiye sahip olması ile bu bilgiler değişime uğramakta ve nihai getirilere ulaşılmaktadır (Süer, 2015, 7). Bu işlemler sonucunda denge getiri vektörü için Tablo 1'deki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 1: Denge Getirileri

Varlık I	Varlık II	Varlık III	Varlık IV	Varlık V
0.0506	0.1937	-0.1156	0.1804	0.0718

Tablo 1'de gösterilen 3.hisse senedine ait getirinin eksi çıkmasının sebebi açığa satıştır. Yatırımcının portföyündeki varlıklarla ilgili hiçbir beklentisinin olmaması durumunda nihai getiriler ile denge getirileri aynı olmaktadır.

### 1.3. Yatırımcı Beklentilerinin Oluşturulması

Genellikle yatırımcıların portföylerindeki varlıkların beklenen getirilerine dair belirli tahminleri bulunmaktadır. Bu adım, modelin taktik varlık dağılımı kararları olarak adlandırılmakta ve kısa vadeli beklentileri ifade etmektedir (Idzorek, 2006, 22). Yatırımcıların beklenti getirileri bir bilgi niteliğinde olup yatırımcının portföyde yer alan her bir varlık hakkında tahmini beklenen getirileri ifade etmektedir (Black ve Litterman, 1992, 33).

Yatırımcı beklentileri objektif ve subjektif olarak ifade edilebilmektedir. Yatırımcı beklentileri beklenen getiri vektörüne bağlı olarak hesaplanmaktadır. Bu beklentilerin matematiksel olarak ifade edilebilmesi için sağlaması gereken bazı özellikler bulunmaktadır. Bu özellikler aşağıdaki gibi sıralanmaktadır.

- i. Her bir görüş birbirinden bağımsız ve aralarında korelasyon bulunmamaktadır.
- ii. Beklentilerde belirlenen ağırlıkların toplamı objektif beklentiler için bir, subjektif beklentiler için sıfır olmalıdır.
- iii. Yatırımcının belirli bir görüşü olmak zorunda değildir. Varlıklara dair hiçbir görüş belirtmeyebilir.

Yatırımcı beklenti matrisini oluşturmak için birkaç matrisin daha tanımlanması gerekmektedir.  $n$  varlığa ilişkin  $k$  tane yatırımcı beklentisi aşağıdaki matrislerle tanımlanmaktadır.

- i.  $P$  her bir beklentinin ağırlığını içeren  $k \times n$  matrisidir. Bu matris her yatırımcının subjektif beklentilerini matematiksel ve hesaplanabilir bir şekilde ifade edilmesini sağlamaktadır. Çalışmalarda bu ağırlıklar farklı şekillerde hesaplanmıştır. Örneğin, He ve Litterman (1999); Idzorek (2005), market sermayelendirme ağırlıklandırma yöntemin kullanmışlardır. Diğer taraftan Satchell ve Scowcroft (2000) eşit ağırlıklandırma yöntemini kullanmıştır. Bu çalışmada He ve Litterman (1999)'ün çalışması temel alınarak market sermayeleştirme yöntemi kullanılmıştır.
- ii.  $Q$ ,  $k \times 1$  boyutunda her bir beklentinin beklenen getiri vektörünü ifade etmektedir. Yatırımcının bir varlık hakkındaki tahmini beklenen getiri değeri mutlak beklenti olarak değerlendirilmektedir.
- iii.  $\Omega$  ise  $k \times k$  boyutunda beklentilerin varyans-kovaryans matrisini ifade etmektedir. Bu matris beklentilerdeki belirsizliği göstermektedir. Beklentilerin birbirleri ile korelasyonu olmaması varsayımı sebebi ile kovaryanslar sıfır olmaktadır. Bu sebeple matris, simetrik diagonal bir matris olup sadece varyanslardan oluşmaktadır. Eğer yatırımcı beklentilerinden eminse diagonal varyanslar da sıfır olmaktadır. Matrisin diagonal olması sebebi ile beklentiler



bağımsız ve birbirleri ile ilişkisizdir. Klasik Black-Litterman modelinde bu ilişkinin sebebi açıklanmamış ve  $\Omega$ 'nın hesaplanması sadece yatırımcıya bağlı olarak yapılmıştır (Walters, 2009, 14).

Kullanılacak matrisleri tanımladıktan sonraki ilk adım yatırımcı beklentilerini oluşturmaktır. Çalışmada portföy kapsamındaki şirketlerin denge getirileri doğrultusunda beş varlığa ilişkin iki adet yatırımcı beklentisi oluşturulmuştur:

- i. Yatırımcı beklentisi I: Varlık II hisse senedi getirileri Varlık IV hisse senedi getirilerinden %0.10 getiri oranında daha iyi performans gösterecektir.
- ii. Yatırımcı beklentisi II: Varlık V hisse senedi getirileri Varlık I hisse senedi getirilerinden %0.20 getiri oranında daha iyi performans gösterecektir.

Yatırımcının iki beklentisinin olması  $P$ 'nin satır vektörü olmayıp,  $k \times n$  ( $2 \times 5$ ) matrisi şeklinde ifade edilmesine neden olmuştur. Yatırımcı beklentilerini gösteren  $P$  matrisi aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Beklenti matrisi belirlendikten sonra beklenen getiri matrisi olan  $Q$ 'nun tanımlanması gerekmektedir. Yatırımcı beklenti matrisinin sadece yatırımcının beklentisinin varlığını ve niteliğin gösterdiğinden, bu beklentilerin değerinin de belirtilmesi gerekmektedir. Bu değerler yatırımcının varlıklar hakkındaki tahmini beklenen getirilerini göstermektedir.  $Q$  tahmini beklenen getiri matrisi aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$Q = \begin{pmatrix} \%0.10 \\ \%0.20 \end{pmatrix}$$

$\Omega$  matrisinin hesaplanması için He ve Litterman (1999)'ün önerdiği modelde aşağıdaki eşitlik kullanılmaktadır.

$$\Omega = \text{diag}(P(\tau\Sigma)P^T), \quad (5)$$

$$w_{i,j} = P(\tau\Sigma)P^T, \forall i = j \\ w_{i,j} = 0, \forall i \neq j$$

Burada beklentilerin varyansının varlık getirilerinin bir oranı olduğu varsayılmaktadır.  $w_{i,j}$  terimleri beklentilerin varyansını ifade etmektedir. Eşitlikteki  $\tau$  parametresinin hesaplanmasında ise en çok olabilirlik tahmin edicisi kullanılmıştır.

$$\tau = \frac{1}{T} \quad (6)$$

Eşitlikteki  $T$  ise örneklem sayısını göstermektedir.

#### 1.4. Nihai Getirilerin Hesaplanması

Black-Litterman modelinde yeni nihai getiriler denge getirileri ve yatırımcı beklentilerinin birleştirilmesi ile hesaplanmaktadır. Böylece optimal portföy seçim sürecine yatırımcı beklentilerinin de dahil edilmesi sağlanmış olup, varlıkların portföydeki ağırlıkları revize edilebilmektedir. Black-Litterman modelinin birinci bölümünü oluşturan denge getirileri varlık dağılımı kararlarını belirlemektedir ve denge getirileri doğrultusunda belirtilen yatırımcı beklentileri literatürde çoğunlukla koşullu bilgiler olarak ifade edilmektedir. Bu bilgilerin birleştirilerek nihai getirilerin elde edilmesi işlemi ilk defa Black-Litterman modeli ile gerçekleştirilmiştir. Eşitlik (1)'de verilen nihai getiriler  $R$  programı kullanılarak elde edilmiştir.

Nihai getiriler elde edildikten sonra optimal portföy ağırlıkları revize edilmektedir. Daha önce belirtildiği gibi bu işlemin amacı bir portföyde aşırı yoğunlaşmış varlıkların yer almasını önlemektir. Black-Litterman modelinde nihai getirileri elde edildikten sonra bu getiri bilgilerine göre portföy içinde yer alan varlıkların ağırlıklarını revize etmek için kullanılan eşitlik aşağıdaki gösterilmiştir.

$$w_{BL} = (\delta\Sigma)^{-1} E(R) \quad (7)$$





Nihai getirilerin kullanılarak varlıkların yeni ağırlıklarının matematiksel olarak hesaplanabilmesi ise modelin sağlamlığını göstermektedir. Nihai getiriler ve revize edilmiş yeni portföy ağırlıkları ise Tablo 2’de gösterilmektedir.

**Tablo 2: Black-Litterman Modeli Ağırlıkları**

Varlıklar	Varlık I	Varlık II	Varlık III	Varlık IV	Varlık V
E(R)	0.2086	2.2365	3.4895	1.0204	1.5252
$W_{BL}$	0.1924	0.2648	0.4125	0.1206	0.1809

Elde edilen model ağırlıklarına göre en çok Varlık III’te değişim olduğu gözlemlenmiştir. Öngörülere göre Varlık II’nin Varlık IV’e göre %0.10 daha iyi performans göstereceği beklenmekteydi. Sonuçlara göre de Varlık II’nin getirisi Varlık IV’ye göre daha fazladır. Yine öngörülere göre Varlık V’in performansı Varlık I’in performansına göre oldukça iyidir. Beklentilere göre daha iyi performans göstermesi beklenen varlıkların nihai olarak da daha iyi performans gösterdikleri görülmektedir. Bu duruma göre nihai getirilerdeki artış toplam portföyün getirisinde de bir artışa sebep olacaktır ve böylece bu portföy yatırımcıya daha çok kazanç sağlayacaktır.

## 2. SONUÇLAR

Bu çalışmada, yatırımcıların tahmini beklenti getirileri ile piyasa denge getirilerinin birleştirilmesini sağlayan Black-Litterman modelinin kullanımı ve gerekli girdilerin hesaplanma süreci ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır. Modelin sonuçları incelendiğinde yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçim sürecindeki belirleyici etkisi beklenen şekilde gerçekleşmiştir. Bu çalışma, Black-Litterman optimizasyon modelinin sigorta sektörüne uygulandığı ve modelin bu alanda kullanımın açıklandığı ilk çalışmadır.

Çalışmada, BIST100 endeksinde işlem gören sigorta şirketlerinin getiri verileri kullanılmıştır. Nihai getirileri elde edebilmek için ilk olarak denge getirileri hesaplanmıştır. Elimizdeki veri setine göre portföydeki varlıklara göre iki beklenti oluşturulmuştur. Oluşturulan bu beklentilere göre varyansları hesaplanmış ve son olarak Black-Litterman modeli çerçevesinde nihai getiriler elde edilmiştir. Elde edilen bu nihai getiriler doğrultusunda da revize edilmiş portföy ağırlıkları hesaplanmıştır.

Araştırmada yatırımcı beklentilerinin de optimal portföy sürecine dahil edilmesinin portföy getirisine olumlu yönde etki ettiği gözlemlenmiştir. Daha iyi performans göstermesi beklenen varlıkların beklenen şekilde performanslarının arttığı ve buna bağlı olarak portföydeki getirilerinin de arttığı gözlemlenmiştir. Sonuç olarak, yapılan analizler ve hesaplamalar sonucunda Black-Litterman modelinin optimal portföy seçim sürecinde yatırımcı beklentilerinin kantitatif olarak sürece dahil edilmesini sağlayan önemli bir model olduğu kanıtlanmıştır.

## KAYNAKÇA

- Bevan, A., & Winkelmann, K. (1998). Using the Black-Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience. *Global Fixed Income Portfolio Strategy: Fixed Income Research*.
- Black, F., & Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*, 28-43.
- Cheung, W. (2009). Transparent Augmented Black-Litterman Model: A Ranking Free Approach to Factor Based Portfolio Construction and Beyond. *Quantitative Finance*, 1-34.
- Drobtz, W. (2001). How to Avoid the Pitfalls in Portfolio Optimization? Putting the Black-Litterman Approach at Work. *Swiss Society for Financial Market Research*, 59-75.
- He, G., & Litterman, R. (1999). The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios. *Investment Management Research. Goldman Sachs Investment Management Series*.
- Idzorek, T. (2005). A Step-by-Step Guide to Black-Litterman Model. Incorporating User-Specified Confidence Level. *Zephyr Associates Inc.*, 1-34.
- Idzorek, T. (2006). Developing Robust Asset Allocations. *Ibbotson Associates*, 1-27.
- Krishnan, H., & Mains, N. (2005). The Two Factor Black-Litterman Model. *Investment and Management*, 69-73.
- Qian, E., & Gorman, S. (2001). Conditional Distribution in Portfolio Theory. *Financial Analysts Journal*, 44-51.
- Satchell, S., & Snowcroft, A. (2000). A Demystification of the Black-Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction. *Journal of Asset Management*, 138-150.
- Süer, S. (2015). Yatırımcı Beklentilerinin Black-Litterman Optimizasyon Modeli ile Değerlendirilmesi: Borsa İstanbul Uygulaması. *International Journal of Social Science*, 299-320.
- Walters, J. (2009). The Black-Litterman Model in Detail. 1-21.
- Wang, X. (2012). The Study of BL Asset Allocation Model Based on Inflation. *Communications in Information Science and Management Engineering*, 47-21.
- Xu, P., Chen, A., & Tsui, P. (2008). *Black Litterman Model*.