



Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi

The Journal of International Social Research

Cilt: 9 Sayı: 46 Volume: 9 Issue: 46

Ekim 2016 October 2016

www.sosyalarastirmalar.com Issn: 1307-9581

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL MUHAKEME BECERİLERİNİN TIMSS'E GÖRE ANALİZİ ANALYSIS OF MATHEMATICAL REASONING ABILITY OF THE GRADE 7 STUDENTS ACCORDING TO TIMSS

Belgin BAL İNCEBACAK*
Esen ERSOY**

Öz

Bu çalışma 7. sınıf ortaokul öğrencilerinin Matematik dersindeki muhakeme etme beceri düzeylerinin belirlenmesi amacıyla yapılmıştır. Çalışma, 2015-2016 eğitim öğretim yılının birinci döneminde, Türkiye'nin Karadeniz bölgesinde bulunan bir devlet okulunda öğrenim gören toplam 94 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak Erdem'in (2015) Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamının Matematiksel Muhakemeye ve Tutuma Etkisi adlı doktora tezinde geliştirmiş olduğu iki problem durumu kullanılmıştır. Problem TIMSS'in (2003) matematiksel muhakeme aşamalarına göre analiz edilmiştir. Veriler içerik analizi ile değerlendirilmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin problemleri çözerken istenilen ve yazılanları belirterek muhakeme becerilerini ortaya koydukları belirlenmiştir. Bazı öğrencilerin ise tablo yöntemini kullandıkları belirlenmiştir. Bir kısım öğrencinin ise soruyu anlayamadığı ve doğru cevaba ulaşamadığı tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: TIMSS, Muhakeme Etme, Ortaokul, Matematik Dersi, Matematiksel Muhakeme.

Abstract

This study was conducted with the aim of determining the reasoning skill levels of 7th grade secondary school students in mathematics course. The study was carried out with 94 students in total, who study in a state school in the Black Sea region of Turkey during the first semester of the academic year of 2015-2016. Two problematic situations developed by Erdem (2015) in his doctoral thesis, which is named as the Effect of Enriched Learning Environment on Mathematical Reasoning and Attitude, have been used in this study. Problematic situation were analyzed according to the mathematical reasoning phases of TIMSS (2003). The data retrieved in the study were evaluated via content analysis. Consequently, examining the answers given by students to problems, it is determined that the students presented their reasoning skills through indicating what was asked and given in the question while solving the problems. This indicates that the students used spatial reasoning. It was also determined that some students used the table method. A part of the students did not understand the questions, thus failed to obtain the correct answer.

Keywords: TIMSS, Reasoning, Secondary School Mathematics Course, Mathematical Reasoning.

1. GİRİŞ

Matematik, düşünmeyi düşünme becerimizi en sık kullandığımız derslerin başında gelmektedir. Matematik eğitimi ile öğretmenler sayılar ve işlemler konusunu öğretmek, hesaplama becerisini kazandırmanın ötesinde, günümüz teknolojisine ayak uydurabilecek, yaşamın sürekli karmaşıklaştığı dünyada ayakta kalmamızı sağlayacak düşünme becerisini kazandırma, yaşadığı olaylar arasında ilişki kurma, muhakeme etme, tahmin etme ve problem çözme becerileri kazandırmaktır (Umay, 2003: 234). Matematik öğretiminde iyi öğrendiklerimiz hayatımızın her aşamasında bizimle gelecektir ve yaşam savaşını kazanmamızda bizi diğerlerinden ayıran en önemli özellik olacaktır. Bireylerin sağlıklı bir yaşam sürmeleri için matematik öğretiminin içinde yer alan becerileri öğrenmesi gerekmektedir. MEB (2005) Matematik eğitiminde matematiksel bilginin yanı sıra matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme, ilişkilendirme, muhakeme yapabilme, matematiksel iletişim ve problem çözme beceriler ön plandadır. Bu becerilerin geliştirilmesi gelecek yaşamı kolaylaştırması açısından önemlidir.

Matematik eğitimi ile öğrenci sahip olduğu bilgiyi transfer eden, problem çözebilen, karşılaştığı durumlara çözümler üretebilen bireyler yetiştirmek hedeflenmektedir (MEB,2005). Ayrıca matematik öğretim programları farklı becerileri kazandırma doğrultusunda bu hedefe ulaşmayı amaçlamıştır (Dündar,2014: 1294). Matematiğin içinde geliştirilmesi gereken birçok beceri bulunmaktadır. Bunlardan en önemlilerinden biri muhakemedir. Peresini ve Webb (1999) muhakemenin çeşitli düşünce tarzlarından oluşan bir faaliyet olarak tanımlamışlardır. Piaget, muhakemeye "transduction" adını vermiştir. Yani genelleme ve mantıksal çerçeve olmaksızın özelden özele yapılan benzetme olarak tanımlamıştır(Yavuzer, 2001). Muhakeme yardımıyla problemler daha başarılı şekilde çözülebilmektedir. Kişinin muhakeme becerisi ne kadar yüksekse aslında o kadar başarılı olabilir. Çünkü olayları farklı bakış açıları ile değerlendirir. Olayları farklı şekillerde ifade edebilir. Sonrasında yeni durumlara transfer edebilir. Bu

* Res.Asst., Ondokuz Mayıs University Faculty of Education.

**Asst. Prof. Ondokuz Mayıs University Faculty of Education.

yüzden matematik öğretiminde muhakeme konusu öğretilmesi ve öğrencilere kesinlikle verilmesi gereken beceriler arasında ilk sıralarda yer almaktadır.

Muhakeme becerisi matematiğin temelini oluşturmaktadır. Matematiksel genellemeleri kullanmada, hüküm vermede ve geliştirmede en çok kullanılan beceridir (Russell, 1999). Bu yüzden bu becerinin öğretilmesi aslında matematik öğretiminin de temelini verilmesine olumlu katkı sağlamaktadır.

Öğrencilerin okula başlanıldığı dönemden itibaren somut ve soyut düşünmeyi gerektiren durumlar ile karşı karşıya kaldıkları ve muhakeme becerisini kullanmaları gerekmektedir. Greeno (1991) sayı duyusunu esnek düşünme yani farklı olasılıkları hesaplama, çeşitli hesaplamalar yaparken tahmin becerisini ve sayısal veriler üzerinde çıkarımlar yapmanın muhakeme yeteneğini olarak tanımlamıştır. Bu yüzden bu seviyedeki sınıflarda öğrencilerin dokunabileceği somut yani fiziksel materyaller kullanılmalıdır. Böylece öğrenciler somut bir şekilde nesnelere karşılaştırabilir, benzer ya da farklı olduklarını belirleyebilir ve nesnelere hakkında genellemeler yapabilirler (Altıparmak & Öziş, 2005: 29). Yani kısacası ilkokulun ilk yıllarından itibaren muhakeme etme becerisini geliştirecek etkinliklere yer vermek çok önem arz etmektedir. İleriki yıllarda özellikle matematik alanında başarılı olmak için bu dönemde çeşitli eğitimlere önem vermek gerekmektedir.

Matematiksel muhakeme becerileri bireyde bulunması gereken yaşamsal becerilerdendir. Bu açıdan bireylerin muhakeme yeteneklerinin geliştirilmesi çok önemlidir. Bu noktada eğitimcilerin rolü, bireylere kendi muhakeme becerilerinin farkında olmasını sağlama ve muhakeme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olma açısından büyük önem taşımaktadır.

Muhakeme sözcüğü İngilizce'de "reasoning" kelime ile ifade edilmektedir. Türkçe karşılığı usa vurma ya da akıl yürütmedir. "Usa vurma" akla uygun, mantığa yakın olup olmadığına bakma, "akıl yürütme" ise genelleme yapma ve tahminlerde bulunma anlamına gelir (Erdem, 2011).

Muhakeme olayların sonuçlarından, ortaya koyduğu durumlardan, önermelerden bir sonuç ortaya çıkarma işlemi olarak düşünülebilir; ayrıca süreç sonunda ortaya konan önermelerinde, belirli hükümlerle bir yapı ile ilişkilendirmek ve ilişkilendirmelerinin doğruluğunu kontrol etmek demektir. Düşünme ise "anımsama", "basit düşünme", "eleştirel düşünme" ve "yaratıcı düşünme" gibi kolaydan zora, daha basit olandan daha karmaşık olana geçiş gibi, çok daha büyük bir alanı temsil etmektedir (Kruklik ve Rudnick, 1999: Akt: Umay, 2003).

Muhakeme, birçok düşünme becerisini içeren bir etkinliktir (Peresini ve Webb, 1999). Matematik öğretiminin en önemli amaçlarından biri olan "Neden?" sorusuna karşılık düşünce süzgecinden geçirip mantıklı cevaplar bulabilmektir, yani muhakeme yapabilmektir. Muhakeme etrafıca düşünüp akılcıca bir sonuca ulaşma sürecidir. Muhakeme ile ortaya konulan yargı durumlarını ya da var olan gerçekleri ve önermelerin doğruluğunu ispatlamaya çalışmaktır (Altıparmak ve Öziş, 2005; Altun, ve diğ., 2007: 136). Bu bağlamda muhakeme edildiği zaman, varsayımın, doğru olmadığını kanıtlamanın veya akıl yürütmenin temel kavramları kullanılmış olur (Bruner, 1962; Akt: Fitzgerald, 1996).

Çocuk, okula başlarken bazı matematik kavramlarıyla birlikte ailesiyle, arkadaşlarıyla ve çevreyle kurduğu iletişim sonucu öğrendiği, "muhakeme becerilerine dayalı kültürel sezgilerini" öğrenir (Nieto, 1996; Atkinson, 1992; Malloy, 1999). Bu da matematiksel muhakemenin içinde yer alır ve matematiğin temelini oluşturur. Matematik sayıları, cebiri, işlemleri, orantıyı, geometriyi, alan hesaplamayı ve daha birçok konuyu öğretirken doğası gereği örüntüleri keşfetmeyi, tahminlerde bulunmayı, akıl yürütmeyi, gerekçeli düşünmeyi, sonuca ulaşmayı da öğretir. Matematiksel muhakeme, öğrencilerin açık uçlu soruları çözmesinde önemli rol oynamaktadır ve gerçek yaşam durumlarına ait problemlere de transfer edilebilmektedir (Pollack, 1997; Akt: Jbeili, 2003).

TIMSS (2003) , PISA (2005) , MEB (2005) , Marzona (2000), NCTM (2000), NCTM (1989), Ev-Çimen, (2008) öğrencilerin muhakeme becerisini değerlendirmek için çeşitli boyutlar önermişlerdir. Bunların çoğu birbiri ile alakalı ve birbirinin geliştirilmiş hallerini içermektedir . TIMSS (2003) Analiz etme, genelleme yapma, bağlantılar oluşturma, karar verme, son olarak rutin olmayan problemleri çözme şeklinde sınıflandırılmıştır. Bu çalışmada TIMSS'in ifade ettiği beş boyut dikkate alınarak incelenmiştir.

Öğrencilerden var olan muhakeme beceri düzeylerini belirlemek var olan durumun tespitini yapmak açısından önemlidir. Bu amaçla ortaokul öğrencilerine iki problem çözdürülmüştür. Bu çalışmada gerçek yaşam problemlerinden yola çıkılarak öğrencilerin muhakeme etme düzeylerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

2. METOT

2.1. Araştırma Deseni

Analiz nitel araştırmanın doğasına uygun olan durum çalışması içinde içerik analizi yapılmıştır. Durum çalışması katılımcı gözlemleri, derinlemesine görüşme, doküman toplama gibi yöntemler ile edilen verilerin derinlemesine ve boylamsal olarak incelenmesini içermektedir (Glesne, 2012: 30). Durum çalışmalarında bir olayın var olan durumu hakkında bilgi toplamak için kullanılır (Christensen, Johnson ve

Turner (2015: 417). Bu çalışmada öğrencilerin muhakeme beceri düzeylerini ortaya çıkarmak ve ne düzeyde kullandıkları belirlemek için bu yöntemin uygun olduğu düşünülmektedir. Çalışmanın güvenilirliğini sağlanması için elde edilen veriler iki uzman görüşüne sunulmuş ve uyuşum yüzdesi hesaplanmıştır. Uyuşum yüzdesi Miles & Huberman'ın (1994) geliştirmiş olduğu uyuşum yüzdesi formülü kullanılarak hesaplanmıştır. Bunun için uyuşum yüzdesi (Agreement percentage) formülü ($P = \frac{N_1 \times 100}{N_1 + N_2}$) kullanılmıştır (Miles & Huberman, 1994: 64). Hesaplanan uyuşum yüzdesi %99'dur. Bu da verilerin güvenilir şekilde hesaplandığını göstermektedir.

2.2. Çalışma Grubu

Çalışma, 2015-2016 eğitim öğretim yılının birinci döneminde, Türkiye'nin Karadeniz bölgesinde bulunan bir devlet okulunda öğrenim gören toplam 94 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin 45'ini kız öğrenci 49'unu erkek öğrenci oluşturmaktadır.

2.3. Veri Toplama Aracı ve Analizi

Çalışmada veri toplama aracı olarak Erdem'in (2015) Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamının Matematiksel Muhakemeye ve Tutuma Etkisi adlı doktora tezinde geliştirmiş olduğu iki problem durumu kullanılmıştır. Problemler öğrencilerin üst düzey düşüncelerini açığa çıkartacak şekilde hazırlanmıştır. Problemi çözerken kendisine verilenleri ve istenilenleri belirleyip, ondan sonra çözüme geçmesi gerekmektedir. Problem durumu belirtilen öğrencilerden beklenen matematiksel muhakeme becerilerine TIMSS'in (2003) matematiksel muhakeme aşamalarına göre analiz edilmiştir. TIMSS (2003) problemleri beş aşamada incelemektedir. Birincisi analiz etme, ikinci olarak genelleme yapma, üçüncü olarak bağlantılar oluşturma, dördüncü olarak karar verme, beşinci ve son olarak rutin olmayan problemleri çözme şeklindedir.

S1	S7
Bir yunus balığı, suyun 2 metre derinliğinden 6 metre yukarı zıplamıştır. Bu yunus balığı, su seviyesinin kaç metre üzerine çıkmıştır? Açıklayınız.	Bir 800 metre at yarışının 20. dakikasında; Jokey Mert, yarış pistinin $\frac{2}{5}$ 'ini; Jokey Selim, $\frac{3}{4}$ 'ünü ve Jokey Cenk ise $\frac{5}{8}$ 'ini geride bırakmıştır. Buna göre yarışın 20. dakikasında hangi jokey bitiş çizgisine daha yakındır? Açıklayınız.

Şekil 1: Matematiksel Muhakeme Soruları

TIMSS'e (2003) göre bir bilişsel beceri olarak matematiksel muhakeme aşağıdaki boyutları ve becerileri içermektedir.

Tablo 1: TIMSS'e Göre Muhakeme Boyutları

TIMSS Study (2003) Trends in International Mathematics and Science	Analiz	-Matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkileri belirler tanımlayabilir veya kullanabilir -Orantısal muhakemeyi kullanabilirler -Bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri ayrıştırabilirler -Aynı verilerin farklı gösterimlerini karşılaştırabilir ve eşleştirebilirler -Verilen bilgilerden geçerli sonuçlar çıkarabilirler
	Genelleme	-Matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçların etki alanını, sonuçları daha genel ve daha geniş uygulanabilir terimlerle yeniden ifade ederek genişletebilirler.
	Birleştirme	-Sonucu oluşturmak için çeşitli matematiksel prosedürleri birleştirebilir ve sonuçları daha sonraki bir sonuçla birleştirebilirler.
	Karar Verme	-Bir ifadenin doğruluğu veya yanlışlığına karar verebilirler.
	Rutin Olmayan Problemleri Çözme	-Matematiksel veya gerçek hayat problemlerini çözebilir, uygun matematiksel prosedürleri benzer olmayan ve karışık yapılara uygulayabilirler. -Geometrik özellikleri rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanabilirler.

Tablo 1'de görüldüğü gibi TIMSS'e göre muhakeme beş boyuta ayrılmaktadır. Analiz boyutunda sorunun çözümüne ilişkin yapabileceği beceriler yer almaktadır. Genelleme boyutunda bulduğu sonuçları yeniden ve farklı şekilde ifade edebilmelidir. Birleştirme boyutunda sonuçları oluşturmak için farklı sonuçlar ile bir araya getirerek kullanabilir. Karar verme sürecinde yaptıklarının doğruluğuna ve yanlışlığına karar verebilir. Beşinci boyutta rutin olmayan problemleri çözüme gerçek hayat problemlerini çözebilir. Ayrıca geometrik özellikleri rutin olmayan problemin çözümünde kullanabilir.

3. BULGULAR

Bu bölümde her iki problemin çözümüne ilişkin bulgular yer almaktadır.

3.1. Birinci Problemin Çözümüne İlişkin Bulgular

1.1. Analiz alt boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 2: Analiz alt boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Analiz	-Matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkileri belirler tanımlayabilir veya kullanabilir	61	64,8
	-Orantısal muhakemeyi kullanabilirler	62	65,9
	-Bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri ayrıştırabilirler	54	57,4
	-Aynı verilerin farklı gösterimlerini karşılaştırabilir ve eşleştirebilirler	66	70,2
	-Verilen bilgilerden geçerli sonuçlar çıkarabilirler	59	62,7

Tablo incelendiğinde analiz alt boyutunda öğrencilerin ilk problemin çözümünde matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkiyi tanımlama ve kullanma düzeyleri incelendiğinde grubun %64,8'inin başarılı olduğunu görmekteyiz. Öğrenciler kendilerine verilen problem durumundaki ilişkileri grubun yarısından çoğu kullanabilmiştir. Öğrencilerin %65,9'unun problemi çözerken orantısal muhakemeyi kullandıkları belirlenmiştir. Bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri kullananların oranı %57,4'tür. Öğrenciler aynı verileri farklı gösterimlerini karşılaştırabilme ve eşleştirebilme becerisi açısından yüzdelik oranları %70,2 olarak hesaplanmıştır. Öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin verilen bilgilerden geçerli bir sonuç çıkarma oranı %62,7'dir. Öğrencilerin yarısından çoğunun başarılı olduğu belirlenmiştir.

1.2. Genelleme boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 3: Genelleme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Genelleme	-Matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçların etki alanını, sonuçları daha genel ve daha geniş uygulanabilir terimlerle yeniden ifade ederek genişletebilirler.	58	61,7

Genelleme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans değerleri incelendiğinde öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçların etki alanını, sonuçları daha genel ve daha geniş uygulanabilir terimlerle yeniden ifade ederek genişletebilme aşamasında %61,7'sinin başarılı olduğu görülmüştür. Geçerli sonuç çıkaran öğrencilerin ağırlıklı olarak problemi yeni ve farklı şekillerde açıklayıp yeniden ifade ettiği tespit edilmiştir.

1.3. Birleştirme boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 4: Birleştirme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Birleştirme	-Sonucu oluşturmak için çeşitli matematiksel prosedürleri birleştirebilir ve sonuçları daha sonraki bir sonuçla birleştirebilirler.	59	62,7

Birleştirme boyutuna ilişkin veriler incelendiğinde öğrencilerin sonucu oluşturmak için çeşitli matematiksel prosedürleri birleştirebilme ve sonuçları birbiri ile ilişkilendirerek sonuçlandırma aşamasında %62,7'sinin bu süreci başarılı şekilde sürdürdüğü belirlenmiştir.

1.4. Karar verme boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 5: Karar verme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Karar Verme	-Bir ifadenin doğruluğu veya yanlışlığına karar verebilirler.	60	63,8

Öğrenci kağıtları karar verme boyutunda yüzde ve frekans değerlerine göre incelendiğinde problemi çözdükten sonra yaptıkları işlemlerin ya da ifadelerin doğru veya yanlışlığı hakkında karar verme düzeylerinde %63,8'nin başarılı olduğu görülmüştür. Bazı öğrenciler doğru sonuca ulaştıkları halde "inşallah doğrudur" şeklinde karar vermişlerdir. Bir kısım öğrenci ise "yanlış gibi ama ben böyle buldum" diyerek aslında yanlış çözdüklerine karar verdikleri görülmüştür.

1.5. Rutin olmayan problemleri çözme boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 6: Rutin olmayan problemleri çözme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Rutin Olmayan Problemleri Çözme	-Matematiksel veya gerçek hayat problemlerini çözebilir, uygun matematiksel prosedürleri benzer olmayan ve karışık yapılara uygulayabilirler.	58	61,7
	-Geometrik özellikleri rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanabilirler.	49	52,1

Rutin olmayan problemleri çözme boyutuna ilişkin veriler değerlendirildiğinde öğrencilerin matematiksel veya gerçek hayat problemlerini çözebilme oranları ve uygun matematiksel prosedürleri benzer olmayan karışık yapılar ile uygulayabilme düzeyleri incelendiğinde %61,7'lik bir oranda başarı sağlandığı belirlenmiştir. Öğrencilerin problemin çözümünde geometrik özellikleri kullanarak rutin olmayan problemlerini çözebilme oranları incelendiğinde %52,1'lik bir oran ile başarının yakalandığı görülmektedir.

3.2. İkinci Problemin Çözümüne İlişkin Bulgular

İkinci probleme ait beş boyutun analizleri bu kısımda yer almaktadır.

1.6. Analiz alt boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 7: Analiz alt boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Analiz	-Matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkileri belirler tanımlayabilir veya kullanabilir	42	44,6
	-Orantısal muhakemeyi kullanabilirler	49	52,1
	-Bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri ayrıştırabilirler	18	19,1
	-Aynı verilerin farklı gösterimlerini karşılaştırabilir ve eşleştirebilirler	48	51,0
	-Verilen bilgilerden geçerli sonuçlar çıkarabilirler	36	38,2

İkinci problemin analiz boyutuna ilişkin veriler incelendiğinde öğrencilerin matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkiyi tanımlama ve kullanma düzeyleri incelendiğinde grubun %44,6'sının başarılı olduğunu görmekteyiz. Öğrencilerin %51,1'nin problemi çözerken orantısal muhakemeyi kullandıkları belirlenmiştir. Bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri kullananların oranı %19,1'dir. Öğrenciler aynı verileri farklı gösterimlerini karşılaştırabilme ve eşleştirebilme becerisi açısından yüzdelik oranları %51 olarak hesaplanmıştır. Öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin verilen bilgilerden geçerli bir sonuç çıkarma oranı %38,2'dir. Öğrencilerin bu problemin çözümünde diğer probleme göre başarılı olma düzeyleri daha düşük olduğu belirlenmiştir.

1.7. Genelleme boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 8: Genelleme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Genelleme	-Matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçların etki alanını, sonuçları daha genel ve daha geniş uygulanabilir terimlerle yeniden ifade ederek genişletebilirler.	60	63,8

Genelleme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans değerleri incelendiğinde öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçların etki alanını, sonuçları daha genel ve daha geniş uygulanabilir terimlerle yeniden ifade ederek genişletebilme aşamasında %63,8'inin başarılı olduğu görülmüştür. Öğrencilerin yanı sıra sonuçlarını genelledikleri görülmüştür. Buldukları sonuçları daha genel bir ifade ile genişlettikleri belirlenmiştir.

1.8. Birleştirme boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 9: Birleştirme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Birleştirme	-Sonucu oluşturmak için çeşitli matematiksel prosedürleri birleştirebilir ve sonuçları daha sonraki bir sonuçla birleştirebilirler.	41	43,6

Birleştirme boyutuna ilişkin veriler incelendiğinde öğrencilerin sonucu oluşturmak için çeşitli matematiksel prosedürleri birleştirebilme ve sonuçları birbiri ile ilişkilendirerek sonuçlandırma aşamasında %43,6'sının bu süreci başarılı şekilde sürdürdüğü belirlenmiştir.

1.9. Karar verme boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 10: Karar verme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Karar Verme	-Bir ifadenin doğruluğu veya yanlışlığına karar verebilirler.	40	42,5

Öğrenci kağıtları karar verme boyutunda yüzde ve frekans değerlerine göre incelendiğinde problemi çözdükten sonra yaptıkları işlemlerin ya da ifadelerin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında karar verme düzeylerinde %42,5'inin başarılı olduğu görülmüştür.

1.10. Rutin olmayan problemleri çözme boyutuna ilişkin verilerin analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 11: Rutin olmayan problemleri çözme boyutuna ilişkin yüzde ve frekans bilgileri

TIMSS		f	%
Rutin Olmayan Problemleri	-Matematiksel veya gerçek hayat problemlerini çözebilir, uygun matematiksel prosedürleri benzer olmayan ve karışık yapılara uygulayabilirler.	41	43,6
Çözme	-Geometrik özellikleri rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanabilirler.	22	23,4

Rutin olmayan problemleri çözme boyutuna ilişkin veriler değerlendirildiğinde öğrencilerin matematiksel veya gerçek hayat problemlerini çözebilme oranları ve uygun matematiksel prosedürleri benzer olmayan karışık yapılar ile uygulayabilme düzeyleri incelendiğinde %43,6 oranında başarı sağlandığı belirlenmiştir. Öğrencilerin problemin çözümünde geometrik özellikleri kullanarak rutin olmayan problemlerini çözebilme oranları incelendiğinde %23,4 oranında başarının yakalandığı görülmektedir.

4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Her iki problem beş boyutlara göre tek tek incelendiğinde problemi çözme oranları arasında fark olduğu belirlenmiştir. İlk problemi çözme oranının ikinci probleme göre daha yüksektir. Her iki problemde rutin olmayan gerçek hayat problemidir. Buna rağmen problemleri çözmedeki başarı oranları arasında fark vardır. Her bir boyut hakkında ayrıntılı yorum yapılacak olursa,

Analiz alt boyutunda öğrencilerin ilk problemin çözümünde matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkiyi tanımlama ve kullanma düzeyleri incelendiğinde grubun %64,8'inin başarılı olduğunu ikinci problemde ise %44,6'sının başarılı olduğunu görmekteyiz. Öğrencilerin

problemde verilenler ve istenilenler kısmında başarılı şekilde ayırt ettikleri görülmektedir. Ama ikinci soruda kesir ifadeleri öğrencileri yanılgıya sürüklemiştir. Bu açıdan bu problem aslında matematik öğretiminde gerçek hayat problemlerine olan bakış açılarının doğru şekilde yapılandırıldıklarını fakat kesir öğrenimi açısından öğrencilerin problemleri olduğunu ortaya koymuştur. Kesir ifadelerini değerlendirme kısmında çok fazla hata yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin birinci problem için %65,9'unun ikinci problem için %51,1'nin problemi çözerken orantısal muhakemeyi kullandıkları belirlenmiştir. Genel olarak kullanılan çözüm stratejileri incelendiğinde öğrencilerin farklı soru türleri için farklı çözüm stratejilerine başvurdukları gözlenmektedir. Ancak içler-dışlar çarpımı algoritmasının kullanımı yaygın olduğu görülmektedir. Çünkü öğrenciler kesir ifadeleri gördükleri zaman bir içler-dışlar çarpımı yapma ve sayılar arasında bir kıyaslama yolunu tercih ettikleri görülmektedir. Slovin (2000), bu çözüm stratejisini ilk başvurulan strateji olmasını, oran-orantı sorularında kullanılan bağlamdan kaynaklandığını savunmuştur. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmek için, sorulardaki bağlamın geleneksel yaklaşımdan çıkıp daha farklı stratejilerin kullanımına elverişli olması gerekmektedir (Duatepe ve diğ., 2005: 80). Benzer sorular aynı ifadeler öğrencilerin akıl yürütmeden o işlemleri tekrarlama eğiliminde olduklarını göstermektedir. Öğrenci kağıtları incelendiğinde ilk soru için öğrencilerin çıkarma işlemi yapmaları gerektiği halde öğrencilerin birçoğu iki sayı gördüğü için çarpmış sonrada bölme işlemi yapmıştır. Ya da her bulduğu sayısı iki ile çarpmıştır. Burada öğrencilerin rutin problemlerde sıklıkla bu işlemleri kullandıkları düşünülebilir. Öğrencide bu işlemleri kural olarak gördükleri düşünülmektedir.

Öğrencilerin bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri kullananların oranı birinci problem için %57,4, ikinci problem için %19,1'dir. Öğrencilerin problemleri çözme aşasında geometrik şekillerden faydalanmaları aslında onların hem probleme bakış açılarını hem de görsel ve uzamsal zekaları ile ilgilidir. Öğrencilerin problemi çözerken geometrik şekilleri çok fazla kullanması onun kavram imajı zenginliğini ve matematik ile şekil bilgisi arasındaki ilişkinin çok olduğunu ve uzamsal becerilerinin yüksek olduğu düşünülmektedir (Arcavi, 2003; Yakimanskaya, 1991). Öğrenciler ilk soruda yüksek oranda geometrik şekillerden yararlandığı görülmektedir. Buradan öğrencilerin matematik ve şekil bilgisi arasında bağlantılarının yüksek olduğu sonucuna ulaşılabilir. Nemirovsky ve Noble (1997) sorularda geometrik çizimlerden ya da şekillerden faydalanmanın sorunun zihinsel ve görsel temsilleri arasında ilişkiyi kurabildiklerini ve öğrencinin uzamsal zekası ile yüksek oranda ilişkinin var olduğunu göstermektedir. Çünkü öğrenci geometrik şekilleri kullanmadan önce şeklin nasıl olacağını problemi zihninde çözerken yapılandırdığı ve çözümü kafasında olasılıklarını hesapladıktan sonra çizimi gerçekleştirdiği düşünülmektedir. Delice ve Sevimli'nin (2010) geometri becerilerinin kullanımı ile ilgili çalışmalarında öğrencilerin geometri ve matematik ilişkisini kurmada başarısız oldukları ve bu yüzden problemleri çözerken kullandıkları ek çizimlerde sıkıntı yaşadıklarını belirtmişlerdir.

Öğrenciler aynı verileri farklı gösterimlerini karşılaştırabilme ve eşleştirebilme becerisi açısından ilk soru için yüzdeler oran %70,2 ikinci problem için %51 olarak hesaplanmıştır. Öğrencilerin verilenleri farklı şekillerde ifade etmeleri onların matematiksel ve mantıksal ayrıca uzamsal zekalarının geliştiğinin bir göstergesi olarak düşünülebilir. Çünkü öğrenci soruyu iyice anladığı ve matematiksel olarak net şekilde ifade ettiği zaman aslında soruyu farklı şekillerde ifade edebilir. Kesirli ifadeleri tam sayılara dönüştürebilir ve işlemlerine bunu yansıtarak çözümleyebilir. Delice (2003) öğrencilerin bir problemi farklı şekilde ifade etmesini aslında matematik-geometri ilişkisine benzettmektedir. Görsel imajları kullanmayan öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini çözmede zorlandıkları ve zihinlerinde net şekilde yapılandıramadıkları için problemi sonuçlandıramadıkları söylenebilir.

Öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin verilen bilgilerden geçerli bir sonuç çıkarma oranı ilk problem için %62,7 ve ikinci problem için bu oran %38,2'dir. Öğrencilerin ikinci problemin çözümünde birinci probleme göre başarılı olma düzeyleri daha düşük olduğu tespit edilmiştir. Olkun ve Aydoğdu (2003) problemlerin gerçek yaşamla iç içe olmadığı durumlarda öğrencilerin daha başarısız olduğunu belirtmektedir. Bu görüşünü ise uluslararası sınavlarda Türkiye'nin performansına dayanarak söylemektedir. Her iki problemde günlük yaşamla ilgili bir problem olmasına rağmen ilk problem yaşamın birebir içinde yer alan gerçek yaşam problemidir. Bu yüzden öğrencilerin başarıları ilk problemde daha yüksek çıkmıştır. Bu bulgu ile aslında öğrencilerin günlük yaşam ile ilişkisi kurulduğunda problemleri çözmede başarı oranlarının o oranda arttığı söylenebilir.

TIMSS ve PISA sınavlarında öğrencilerin matematiksel olarak aslında neyi bildiklerinden çok bilgiyi nasıl yorumladıkları ve günlük hayatlarına nasıl transfer edecekleri ile ilgilenmektedir. Öğrencilerin bu bilgilerini transfer etme süreçlerinin artmasının ise Delice ve Sevimli (2010) çalışmalarında görsel ve uzamsal becerilerini geliştirici problemler ile karşılaştıkları takdirde gelişebileceğini belirtmişlerdir. Bu şekilde uluslararası sınavlarda başarı seviyesinin artacağını ifade etmişlerdir. Bu çalışmada günlük hayat ile ilişkili problemler olmasına rağmen öğrencilerin bilgiyi yorumlamada başarısız oldukları ve kendisine verilen durumları net bir şekilde ifade edemediği görülmüştür.

İkinci problem durumunda verilen oran orantı yoluyla çözülebilecek olan soruda öğrencilerin başarı oranları düşüktür. Oran orantı becerisini kullanarak soruyu bir üst seviyede çözmeleri gerekirken öğrencilerin yaptıkları orantısal akıl yürütme eksik kalmıştır. Cramer ve Post (1993) orantısal akıl yürütmeyi içler-dışlar algoritmasından daha farklı şekilde gereken soru türüne uygun stratejiyi kullanma yeteneği anlamına gelmektedir. bu çalışmada öğrenciler orantısal akıl yürütme haricinde bu algoritmanın mantığı ile soruyu çözebileceklerken, alışkın olmadıkları soru tarzından dolayı doğru çözüme ulaşma oranları daha azdır. Öğrenci farklı stratejileri çözebileceği soru ile karşılaşmadığı için öğrenciler sınıflarında sürekli olarak kullandıkları algoritma işlemleri kullanarak soruyu çözmeye çalışmaktadırlar. Duatepe, ve diğ., (2005: 80) öğrencilerin diğer disiplinlerde ve günlük hayatlarında çözmeleri gereken özellikle oran orantı konusunda olan sorularda çözüm için olası stratejilerin hangi değişkenlere göre değişim gösterdiğini bulmanın önemli bir araştırma konusu olduğunu belirtmiştir. Aynı şekilde öğrencilerin problemde verilen sayılarına uygun olarak önce çarpma ya da bölme işlemleri yapmaları ya da çarpıp, toplayıp sonra da çıkarma işlemleri ile soruyu çözebileceklerine inanmalarının bu yüzden olduğu düşünülmektedir. Çünkü öğrencileri okul ve ders kitaplarında genellikle işlem becerilerini geliştirecek sorular çözdükleri ve birbirine benzediği için öğrenciler bir strateji düşünmek ya da soruyu anlamadan ziyade dört işlem becerisini kullanarak sadece sorunun çözüleceğini düşünmektedirler. Öğrenciler cevap kağıtlarında genelde *"ben burada bu iki sayıyı çarptım, sonra da çıkarttım ve ikiye böldüm."*, *"Ben önce sayıları topladım sonra da iki ile çarptım"* ifadesini kullanmışlardır. Ve soruda herhangi bir iki sayısı geçmediği halde bu işlemi yapmıştır. Buradan öğrencilerin ikiye bölme ya da iki ile çarpma işlemine yönelik çok soru çözdükleri ve öğrencilerin bunu bir strateji gibi gördükleri belirlenmiştir. Bu konuda Umay ve Kaf, (2005: 194) öğrencilerin çok fazla değişik problemle karşılaşmadıklarını bu yüzden akıl yürütme becerilerini geliştirmek ya da çeşitlendirmek konusunda oldukça yetersiz kaldığını ifade etmiştir. Gerçekten de öğrenci akıl yürütmek yerine daha önceki gördüğü sorularda hangi işlemler kullanılmış ise o işlemleri tekrar ederek soruları çözebileceklerine inandıkları görülmüştür.

Bazı öğrencilerin ise soruları boş bıraktıkları görülmektedir. Bu öğrencilerin soruyu boş bırakma sebebi olarak kalıp problemlerin dışında bir problem ile karşılaşan öğrencilerin problemi okuduktan sonra boş bıraktıkları belirlenmiştir. Umay ve Kaf (2005:194) öğrencilerin alıştıkları soru tipi dışında bir soru ile karşılaştıklarında sorunu çözme konusunda tedirgin oldukları ve başarı oranlarının düştüğünü belirtmektedir. Bu başarısızlığın önüne geçmek için ise rutin problemlerin dışına çıkılıp farklı tarz sorular ile öğrencilerin karşılaştırılmadığı gerektiğini ifade etmişlerdir.

Genel olarak öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözme becerilerinin düşük olduğu, akıl yürütme becerilerin net bir şekilde kullanamadıkları görülmüştür. Bu sonuç Arslan ve Altun'un (2007) ve Işık ve Kar'ın (2011) de yaptıkları çalışma sonuçları ile örtüşmektedir. Bu tarz problemler rutin olan problemlere göre daha üst düzey düşünme becerisi gerektirdiği için başarı seviyesi düşüktür. İlköğretim döneminin ilk beş senesinde çocuklar Piaget'in tanımladığı gibi somut düşünme daha sonraki üç senesinde soyut düşünme dönemidir öğrencilerin ikinci sınıfta muhakeme becerilerini öğrendiklerini belirtmiştir (Altıparmak & Öziş, 2005: 29). Ama sürece bakıldığında öğrencilerin muhakeme yeteneğini tam kazanamadıkları soruları tam çözmediklerinden anlaşılmaktadır. Sonuç olarak öğrencilerin bu tarz problemler ile daha sık karşılaştırılmaları bu tarz problemleri çözmedeki başarı oranının artacağı yönündedir. Sürekli bu tarz sorulara maruz kalan öğrencilerin akıl yürütme becerilerini geliştireceği düşünülmektedir.

Altıparmak & Öziş (2005), Arcavi (2003), Arslan ve Altun (2007), Cramer ve Post (1993), Delice (2003), Delice ve Sevimli (2010), Duatepe ve diğ., (2005), Işık ve Kar (2011), Nemirovsky ve Noble (1997), Olkun ve Aydoğdu (2003), Slovin (2000), Umay ve Kaf (2005), Yakimanskaya (1991) bu alanda yapmış oldukları çalışmaları incelendiğinde rutin olmayan problemler ile karşılaşan öğrencilerin çoğunluğunun problem yaşadığı şeklindedir. Öğrenciler muhakeme becerilerini kullanmak için öncelikle bir bilgi nasıl elde edilir, bir problem durumu ile karşılaştığında nasıl düşünmesi gerekir, hangi stratejileri, hangi düşünme biçimlerini kullanması gerektiğini bilmemektedir. Güneş (2013) düşünme biçimlerini tanımladığı çalışmasında yıllardır öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmek üzere çalışmalar yapıldığı hatta son yıllarda yapılandırıcı eğitime uygun olacak şekilde ilköğretim programın düşünme becerilerini geliştirmeye büyük önem verildiğini belirtmiştir. Bu amaçla da düşünme eğitimi bağımsız bir ders olarak programa girmiştir. Ama bu yapılan düzenlemeler ve değişiklikler yeterli olmamaktadır. Çünkü bu dersi uygulayacak olan öğretmenler hala süreçte bu becerileri kullandırmaya yönelik çalışmalara yer vermemektedirler. Öğrencilerin bu becerilerinin gelişmesi için sıralama, ilişki kurma, sentez yapma, yaratıcılığı kullanma, fikir üretme, özgün düşünme, eleştirel düşünme, yansıtıcı düşünme, sistematik düşünme, analogik düşünme, muhakeme yapma, değerlendirme gibi temel becerileri geliştirilmelidir. Bu becerilerin öğretiminde öğretmenler dersin daha yavaş sürdüğünü, kendilerinden yetiştirilmesi beklenen müfredatı yetiştirememesi sebebi ile süreçte bu becerileri geliştirmeye zaman ayırmamaktadırlar. Bundan dolayısıyla da öğrencilerin muhakeme etme becerileri eksik kalmakta ve daha yavaş gelişmektedir. Bu da

Türkiye'nin PISA ve TIMSS gibi sınavlar da OECD ülkelerinin başarıları sıralamasının hep gerilerinde kalmasının sebepleri arasında düşünülmektedir (Yıldırım, Yıldırım, Yetişir, & Ceylan, 2013). Bu konuda öncelikle öğretmenlerimizin ve bu alanda çalışan bütün eğitimcilerin bu becerilerin gelişimine gerekli özeni göstermeli ve üzerlerine düşen görevleri yapmaları beklenmektedir. 21. yüzyılda sorgulayan, düşünen, araştıran, bilgiye ulaşan, bilimsel bilgiyi kullanan, düşünce becerileri gelişmiş, üst düzey düşünme becerilere sahip bireyler yetiştirmek önemlidir. Öğrencileri daha çok düşünmeye sevk eden etkinlikler ile baş başa bırakılarak, sorgulama becerileri geliştirilerek bu sorunun üstesinden gelinir.

KAYNAKÇA

- AKKUŞ-ÇIKLA, Oylum & DUATEPE, Asuman (2002). "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Becerileri Üzerine Niteliksel Bir Araştırma". *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, S. 23, ss. 32-40.
- ALTIPARMAK, Kemal & ÖZİŞ, Turgut (2005). "Matematiksel İspat ve Matematiksel Muhakemenin Gelişimi Üzerine Bir İnceleme", *Ege Eğitim Dergisi*, S. 6, V. 1, ss. 25-37.
- ALTUN, Murat, SEZGİN MEMNUN, Dilek & YAZGAN, Yeliz (2007). "Sınıf Öğretmeni Adaylarının Rutin Olmayan Matematiksel Problemleri Çözme Becerileri ve Bu Konudaki Düşünceleri", *İlköğretim Online*, S. 6, V. 1, ss. 127-143.
- ARCAVİ, Abraham (2003). "The Role of Visual Representations in The Learning of Mathematics", *Educational Studies in Mathematics*, S. 52, pp. 215-241.
- CHRISTENSEN, B. Larry, JOHNSON, R. Burke & TURNER, A. Lisa (2015). "Research Methods Desing And Analysis", In A. Alpay (Çev. Ed.), *Qualitative And Mixed Methods Research [Nitel ve Karma Araştırma Yöntemleri]*, (400- 434). Ankara: Anı Yayıncılık
- CRAMER, Kathleen & POST, Thomas (1993). "Connecting Research to Teaching Proportional Reasoning", *Mathematics Teacher*, S. 86 V. 5, ss. 404-407.
- DELİCE, Ali & SEVİMLİ, Eyüp (2010). "Geometri Problemlerinin Çözüm Süreçlerinde Görselleme Becerilerinin İncelenmesi: Ek Çizimler", *M.Ü. Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, S. 31, ss. 83-102. Erişim yeri <http://e-dergi.marmara.edu.tr/maruaebd/article/download/1012000850/1012000732>
- DELİCE, Ali (2003). *A Comparative Study of Students' Understanding of Trigonometry in The United Kingdom and The Turkish Republic*. Unpublished doctora thesis, İngiltere: University of Leeds, Institute of Education Sciences.
- DUATEPE, Asuman, AKKUŞ-ÇIKLA, Oylum & KAYHAN, Mesture (2005). "Orantısal Akıl Yürütme Gerektiren Sorularda Öğrencilerin Kullandıkları Çözüm Stratejilerinin Soru Türlerine Göre Değişiminin İncelenmesi", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, S. 28, ss. 73-81.
- DÜNDAR, Sefa (2014). "Öğretmen Adaylarının Seriler Konusuyla İlgili Alıştırmaları ve Rutin Olmayan Problemleri Çözme Becerilerinin İncelenmesi". *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi*, S. 23, V. 3, s. 1293-1310.
- ERDEM, Emrullah (2015). *Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamının Matematiksel Muhakemeye ve Tutuma Etkisi*, Yayımlanmış Doktora Tezi, Erzurum: Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- EV-ÇİMEN, Emre. (2008). *Matematik Öğretiminde, Bireye "Matematiksel Güç" Kazandırmaya Yönelik Ortam Tasarımı ve Buna Uygun Öğretmen Etkinlikleri Geliştirilmesi*, Yayımlanmamış Doktora Tezi, İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
- GLESNE, Corrine (2012). "Becoming Qualitative Researchers", Ali Ersoy & Pelin Yalçinoğlu (Çev. Ed.), *Nitel Araştırmayla Tanışma [Browse meet with qualitative]* (ss. 1- 36). Ankara: Anı Yayıncılık.
- GREENO, G. James (1991). "Number Sense As Situated Knowing in A Conceptual Domain" *Journal for Research in Mathematics Education*, S. 22, ss. 170-218.
- GÜNEŞ, Firdevs. (2012). "Öğrencilerin Düşünme Becerilerini Geliştirme". *TÜBAR-XXXII-II*. 127-146
- İŞİK, Cemalettin & KAR, Tuğrul (2011). "İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Algılamaya ve Rutin Olmayan Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi", *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, S.12, V. 1, ss. 57-72.
- JBEİLİ, Ibrahim. Mohammad Ali (2003). "The Effects of Metacognitive Scaffolding and Cooperative Learning On Mathematics Performance and Mathematical Reasoning Among Fifth-Grade Students in Jordan", Retrieved from <http://www.scribd.com/doc/99696/Excellent-Thesis-Metacognitive-Scaffolding-and-Cooperative-Learning->
- KRULİK, Stephen & RUDNICK, A. Jesse (1999). "Innovative Tasks to Improve Critical and Creative Thinking Skills", Developing mathematical reasoning in grades K-12. In Lee V. Stiff (Ed.), *National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 25-69). Reston: Virginia.
- Math-CATs (THE MATHEMATICAL THINKING CLASSROOM ASSESMENT TECHNIQUES). (2007). "Classroom Assessment Techniques Mathematical Thinking". Retrieved from <http://www.flaguide.org/cat/math/math/math7.php>
- MEB (2005). *Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Milli Eğitim Bakanlığı Orta Öğretim Matematik Müfredatı, Ankara: Milli Eğitim Yayınevi
- MILES, B. Matthew., & HUBERMAN, A. Michael (1994). *Qualitative Data Analysis: A Sourcebook Of New Methods* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage
- MÜLLIS, Ina. V. S., MARTIN, Michael O. & FOY, Pierre (2003). "IEA's TIMSS 2003 International Report on Achievement in the Mathematics Cognitive Domains: Findings from a Developmental Project International Association for the Evaluation of Educational Achievement". Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. Retrieved from <http://timss.bc.edu/timss2003i/mcgm.html>
- NCTM. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards For School Mathematics*. Reston: Virginia.
- NEMIROVSKY, Ricardo & NOBLE, Tracy (1997). "On Mathematical Visualization and The Place Where We Live", *Educational Studies in Mathematics*, S. 33 V. 2, ss. 99-131
- OLKUN, Sinan & AYDOĞDU, Tuğba (2003). "Üçüncü Uluslararası Matematik Ve Fen Araştırması (TIMSS) Nedir? Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikler". *İlköğretim-Online*, S. 2 V. 1, ss. 28-35. Erişim yeri ilkogretim-online.org.tr/vol2say1/v02s01d.pdf
- PERESINI, Dominic. & WEBB, Norman (1999). "Analyzing Mathematical Reasoning in Students' Responses Across Multiple Performance Assessment Tasks". Developing mathematical reasoning in grades K-12. Lee V. Stiff, (Ed.), *National Council of Teachers of Mathematics* (1-65). Reston: Virginia.
- PILTEN, Pusat. (2008) *Üstbilmiş Stratejileri Öğretimin İlköğretim Besinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Muhakeme Becerilerine Etkisi*, Yayımlanmış Doktora Tezi, Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- RUSSELL, J. Stuart. (1999). *Mathematical Reasoning in The Elementary Grades*. In Lee V. Stiff (Eds.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- SLOVIN, Hannah (2000). "Moving to Proportional Reasoning", *Mathematics Teaching in the Middle School*, S. 6, V. 1, s. 58-60.
- TIMSS & PIRLS (2003). *International Study Lynch School Of Education*. Boston: College.
- UMAY, Aysun (2003). "Matematiksel Muhakeme Yeteneği", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. S. 24, s. 234-243.
- YAKIMANSKAYA, I. Sarry. (1991). *The Development of Spatial Thinking in Schoolchildren*. NCTM: Reston, USA
- YAVUZER, Haluk. (2001). *Çocuk Psikolojisi*. İstanbul: Remzi Kitabevi.
- YILDIRIM, H. H., YILDIRIM, S. YETİŞİR, M. İ., & CEYLAN, E. (2013). "PISA 2012 Ulusal Ön Raporu". Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Sebitt Yay.